

## РЕВЕРБЕРАЦИЯ В ТРАПЕЦИЕВИДНОМ ПОМЕЩЕНИИ

© 2013 г. Н. Г. Канев

Акустический институт им. Н.Н. Андреева

117036 Москва, ул. Шверника 4

E-mail: nikolay.kanев@mail.ru

Поступила в редакцию 30.01.2013 г.

Рассмотрена задача о затухании звука в трапециевидном помещении с неравномерным распределением поглощения на стенах. Показано, что затухание звуковой энергии может происходить аномально медленно по закону, близкому к степенному  $\sim 1/t$ , или достаточно быстро — по экспоненциальному. Установлено, что вид закона затухания зависит от наличия устойчивых лучевых траекторий в помещении. Проявление устойчивых лучевых траекторий продемонстрировано в лабораторном и натурном экспериментах.

**Ключевые слова:** реверберация, трапециевидное помещение, порхающее эхо.

**DOI:** 10.7868/S0320791913050109

### ВВЕДЕНИЕ

В прямоугольных помещениях закон затухания звука может существенно отличаться от классического закона Сэбина [1], в соответствии с которым звуковая энергия в помещении экспоненциально уменьшается со временем. Это происходит тогда, когда поглощение распределено неравномерно на стенах помещения [2, 3], в этом случае закон затухания имеет степенной вид. В помещениях более сложной формы, а в пределе в хаотичных помещениях, чаще всего закон затухания звука близок к экспоненциальному, но при некоторых вариантах неравномерного распределения поглощения на стенах помещения затухание звука также может происходить по закону, близкому к степенному [4]. Представляет интерес определить, как изменяется закон затухания звука в простом помещении при малых изменениях его формы. Для прямоугольного помещения малым изменением может являться, например, поворот одной его стенки на небольшой угол.

В настоящей работе исследуется реверберация в двумерном помещении, имеющем форму прямоугольной трапеции. Акустические свойства стенок характеризуются коэффициентом звукопоглощения, при этом каждая стенка является гладкой, т.е. не рассеивающей звук. Задача о затухании звука решается в приближении геометрической акустики: в первую очередь выполняется численное моделирование затухания звуковой энергии в помещении, а затем полученный результат интерпретируется с точки зрения существования устойчивых лучевых траекторий. Также приводятся результаты лабораторного эксперимента, качественно демонстрирующие результаты, полученные

численно, а на примере из практики показана связь между устойчивыми лучевыми траекториями и эффектом порхающего эха.

Отметим, что точное решение задачи о затухании звука в помещении может быть получено только в рамках волновой модели, в которой определяются коэффициенты затухания каждой моды. Для двумерного прямоугольного помещения коэффициенты затухания мод найдены в работе [5]. Расчет в лучевом приближении совпадает с волновой моделью только при учете всех мод, но на практике частотная полоса, в которой возбуждается звук, как правило, ограничена. Поэтому в пределе  $t \rightarrow \infty$ , где  $t$  — время, закон затухания звука будет определяться самой медленно затухающей модой. Так, для прямоугольного помещения с одной поглащающей стенкой (коэффициент поглощения близок к 1), энергия моды, соответствующей частоте  $\omega'$ , уменьшается по закону

$$E(t) \sim \exp\left(-\frac{\pi^2 c^2}{2H^2 \omega'} t\right),$$
 где  $c$  — скорость звука,  $H$  —

длина параллельных непоглащающих стенок. Поэтому при ограничении частотной полосы сверху  $\omega < \omega'$  расчет в лучевом приближении справедлив для начального процесса, длительность которого составляет  $t \sim \frac{2H^2 \omega'}{\pi^2 c^2}$ . Вместе с тем, описание начального этапа реверберации является наиболее важным для архитектурной акустики.

### ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Для определения законов затухания звука выберем помещение в форме прямоугольной трапе-

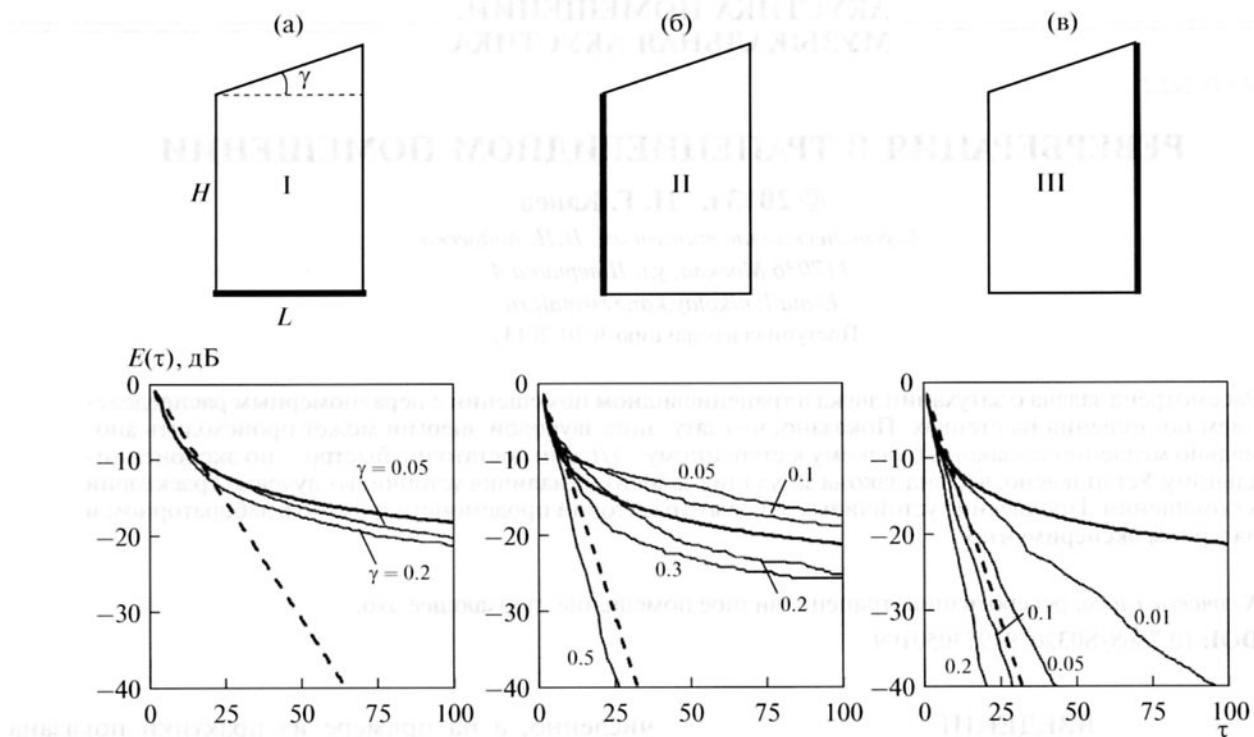


Рис. 1. Расчет затухания звуковой энергии в трапециевидном помещении с размерами  $L : H = 2 : 1$  с различным распределением звукопоглощения на стенах: толстыми линиями выделены поглощающие стены. Значения, обозначающие кривые затухания на графиках, соответствуют углу  $\gamma$  между непараллельными стенками. Толстые линии на графиках – кривые затухания в прямоугольном помещении ( $\gamma = 0$ ), пунктирные линии – затухание по Сэбину.

ции (рис. 1): длина короткого основания  $H$ , длина стенки, перпендикулярной основанию,  $L$ , угол между непараллельными стенками  $\gamma$ . Рассмотрим три варианта распределения поглощения на стенах помещения: в помещении I поглощающей является стенка, перпендикулярная основанию, в помещении II – короткое основание, в помещении III – длинное основание. Коэффициент звукопоглощения примем равным  $\alpha = 0.9$ .

Численное моделирование выполняется при помощи метода лучевых траекторий [6]. Из геометрического центра помещения выпускается 3600 лучей, равномерно распределенных по углу. Далее отслеживается траектория каждого луча, и при отражении луча от поглощающей стенки его энергия уменьшается на коэффициент  $\alpha$ . Звуковая энергия в помещении определяется суммой энергий всех лучей. Графики на рис. 1 демонстрируют результаты расчета звуковой энергии в помещении с размерами  $L : H = 1 : 2$  в зависимости от безразмерного параметра времени  $t = ct/H$ . Жирными сплошными линиями на всех графиках представлена кривая затухания для прямоугольного помещения, т.е. для  $\gamma = 0$ . В прямоугольном помещении затухание звука происходит по степенному закону  $E(t) \sim 1/t$  [2, 3]. Пунктирные линии представляют экспоненциальный закон зату-

хания Сэбина  $E(t) = \exp(-ctP\bar{\alpha}/\pi S)$ , где  $P$  – периметр помещения,  $S$  – его площадь,  $\bar{\alpha}$  – средний коэффициент звукопоглощения.

В помещении I (рис. 1а) законы затухания для разных значений угла наклона  $\gamma$  мало отличаются от закона затухания, имеющего место в прямоугольном помещении. При этом для значений  $\gamma > 0.2$  кривая затухания практически не отличается от кривой для  $\gamma = 0.2$ . Таким образом, в трапециевидном помещении I затухание звуковой энергии происходит аномально медленно, как и в прямоугольном помещении.

В помещении II (рис. 1б) при малых углах  $\gamma$  закон затухания также близок к степенному. При этом для  $\gamma \leq 0.1$  кривая затухания в трапециевидном помещении лежит выше кривой затухания в прямоугольном помещении. По мере увеличения угла  $\gamma$  кривая затухания опускается, но закон затухания остается близким к  $1/t$ . Начиная с некоторого значения  $\gamma$  (в данном случае это значение находится между 0.3 и 0.5), закон затухания становится экспоненциальным. Согласно расчетам этот переход оказывается довольно резким: пока значения  $\gamma$  не достигают порогового значения, кривые затухания близки к кривой для  $\gamma = 0.3$ , а при значениях  $\gamma$ , больших порогового, кривые затухания близки к закону Сэбина.

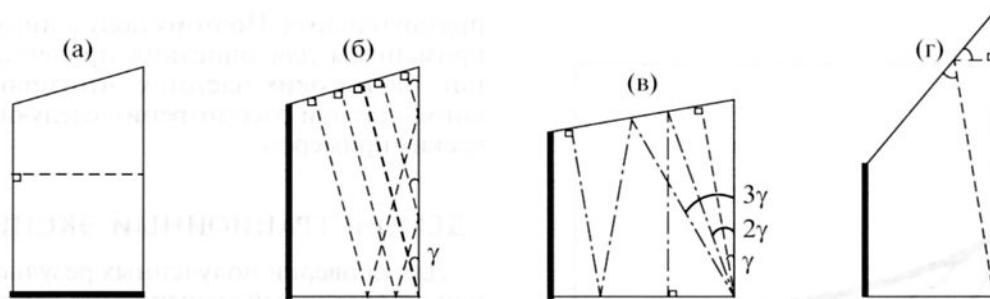


Рис. 2. Устойчивые лучевые траектории в трапециевидном помещении. Поглощающая стенка помещения выделена жирной линией.

В помещении III (рис. 1в) кривая затухания даже при малом угле  $\gamma = 0.01$  близка к экспоненте для  $\tau > 25$ . При увеличении угла  $\gamma$  закон затухания становится экспоненциальным, при этом скорость экспоненциального затухания может быть больше, чем по закону Сэбина.

Отметим, что при равномерном распределении поглощения на стенах помещения закон затухания, как и в прямоугольном помещении [2], близок к закону Сэбина. Таким образом, численный эксперимент показал, что закон затухания зависит от распределения поглощения на стенах помещения.

Отдельно выделим следующий результат. Кривые затухания звука в помещениях II и III при  $\gamma = 0.05$  существенно различаются. Однако оба эти помещения по форме мало отличаются от прямоугольного. Помещение II можно получить из прямоугольного, отклонив короткую стенку на угол 0.05 в сторону поглощающей стенки, при этом затухание звука остается аномально медленным. Помещение III также можно получить из прямоугольного, для чего короткую стенку нужно отклонить на тот же угол, но в противоположную сторону, при этом закон затухания становится экспоненциальным. Следовательно, закон затухания может радикально измениться при малом изменении формы помещения.

### УСТОЙЧИВЫЕ ЛУЧЕВЫЕ ТРАЕКТОРИИ

Медленное затухание звуковой энергии имеет место в помещениях, в которых существуют устойчивые лучевые траектории, т.е. такие траектории, которые не попадают на поглощающие стены. Простейшие устойчивые лучевые траектории существуют в помещениях с параллельными непоглощающими стенками, они представляют собой линии, перпендикулярные параллельным стенкам. В прямоугольном помещении закон затухания при наличии устойчивых траекторий имеет вид  $E(t) \sim 1/t$  [2].

В трапециевидном помещении, основания которого являются отражающими, а поглощающи-

ми являются одна (рис. 2а) или две непараллельные стены, устойчивые траектории, как и в прямоугольном помещении, перпендикулярны основаниям. Эти траектории существуют при любом угле  $\gamma$  между непараллельными стенками, поэтому закон затухания близок к  $E(t) \sim 1/t$  (рис. 1а) и слабо зависит от  $\gamma$ .

В помещении с поглощающим коротким основанием (помещение II на рис. 1) также существуют устойчивые траектории. На рис. 2б построены однотипные устойчивые траектории, которые перпендикулярны наклонной стенке и падают на длинное основание под углом  $\gamma_1 = \gamma$ . Для упрощения этот тип устойчивых траекторий обозначим одной траекторией, попадающей точно в угол помещения (она выделена на рис. 2б жирным пунктиром). Также в помещении II могут существовать другие типы устойчивых траекторий (рис. 2в). Их свойства таковы: угол между одним из прямолинейных отрезков траектории и основаниями трапеции кратен  $\gamma$ , и траектория перпендикулярна одной из непараллельных стенок. Каждый тип траекторий можно характеризовать углом  $\gamma_n = n\gamma$ . Из построения на рис. 2в ясно, что с увеличением угла наклона  $\gamma$  траектории попадают на поглощающую стенку при некотором его значении и перестают быть устойчивыми. Устойчивые траектории, показанные на рис. 2б, существуют при условии  $\operatorname{tg}\gamma < L/H$ .

При дальнейшем увеличении угла наклона возникает новый тип устойчивых траекторий (рис. 2г) для значений  $\operatorname{tg}\gamma > 1$ . Можно сформулировать условие, при котором в помещении II не существуют устойчивые траектории

$$L/H < \operatorname{tg}\gamma < 1. \quad (1)$$

При выполнении условия (1) затухание звука происходит по экспоненциальному закону. Также из (1) следует, что в помещении, для которого  $L/H > 1$ , устойчивые траектории существуют при любом угле наклона  $\gamma$ .

На рассмотренном выше расчетном примере для помещения II с размерами  $L : H = 1 : 2$  можно проверить выполнение условия (1), которое име-

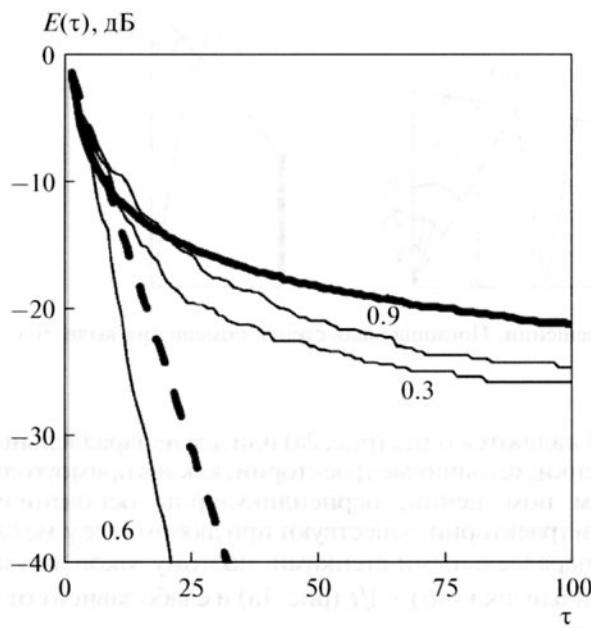


Рис. 3. Расчет затухания звуковой энергии в помещении II на рис. 1 для различных значений угла  $\gamma$  между непараллельными стенками. Толстая линия – степенной закон затухания  $1/\tau$ , имеющий место в прямоугольном помещении ( $\gamma = 0$ ), пунктир – экспоненциальное затухание по Сэбину.

ет вид  $0.46 < \gamma < 0.79$ . Рассчитаем кривые затухания для помещения с углами  $\gamma = 0.3, 0.6, 0.9$  (рис. 3). Для значений 0.3 и 0.9 устойчивые траектории существуют и затухание звука происходит аномально медленно. При  $\gamma = 0.6$  устойчивых траекторий нет, и затухание экспоненциально, при этом оно происходит даже быстрее, чем по закону Сэбина.

Из построения лучевых траекторий в помещении II ясно, что все траектории попадают на длинное основание, поэтому, если оно является поглощающим (помещение III на рис. 1), то устойчивых траекторий не существует и затухание звука происходит по экспоненциальному закону при любом угле наклона  $\gamma > 0$ . Из результатов расчета на рис. 1в также следует, что даже при малом угле наклона закон затухания существенно отличается от степенного  $E(t) \sim 1/t$ , имеющего место в прямоугольном помещении, т.е. при  $\gamma = 0$ .

Кратко обсудим полученные результаты с точки зрения волнового подхода. Как отмечено выше, в прямоугольном помещении с одной поглощающей стенкой при ограничении частотной полосы закон затухания в пределе  $t \rightarrow \infty$  становится экспоненциальным, причем скорость экспоненциального затухания зависит от самой медленно затухающей моды в заданной полосе частот. Аналогичная ситуация имеет место для трапециевидных помещений, хотя определение собственных мод для них [7, 8] существенно сложнее, чем для

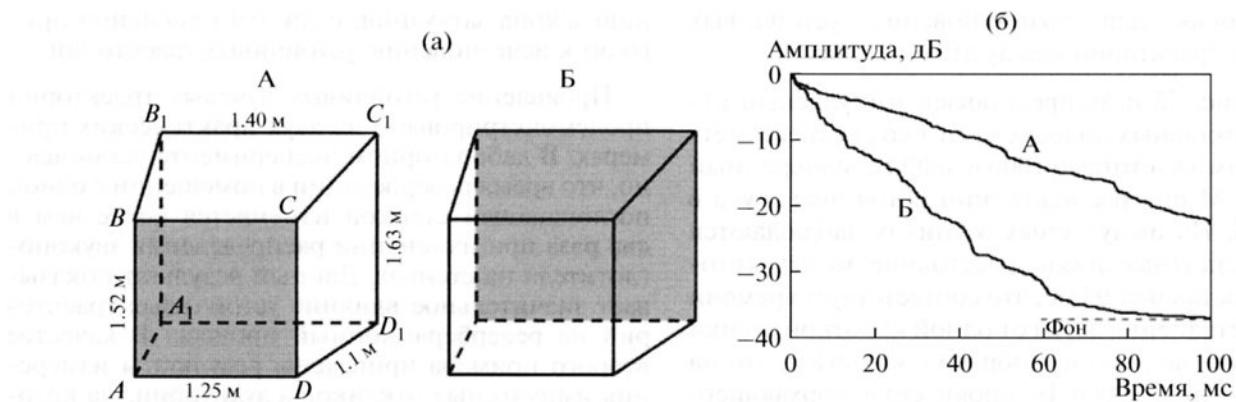
прямоугольных. Поэтому полученные результаты применимы для описания процесса реверберации на высоких частотах, что принимается во внимание при рассмотрении следующих практических примеров.

## ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

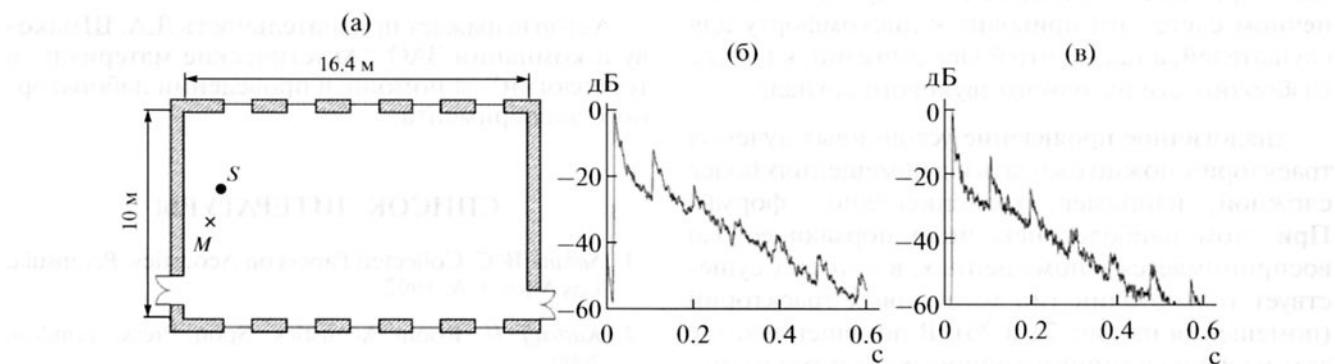
Для проверки полученных результатов выполнен лабораторный эксперимент, в котором исследовалось затухание в помещении, размеры которого указаны на рис. 4а. В данном помещении стены  $ABCD$  и  $A_1B_1C_1D_1$  параллельны, угол между стенками  $AA_1D_1D$  и  $BB_1C_1C$  составляет  $6^\circ$ , угол между стенками  $ABB_1A_1$  и  $DCC_1D_1$  –  $8^\circ$ . При этом стена  $AA_1D_1D$  перпендикулярна стенкам  $ABCD$  и  $A_1B_1C_1D_1$ , других пар стенок, образующих прямой угол, в помещении нет. Все стеки помещения выполнены из кирпича, оштукатурены и окрашены, поэтому их коэффициент поглощения имеет малые значения.

В проведенном эксперименте параллельные стены поочередно покрывались звукопоглощающим материалом (минераловатная плита толщиной 5 см) по всей площади. Сначала (помещение А на рис. 4а) звукопоглотителем покрывалась стена меньшего размера, т.е. стена  $ABCD$ . В этом случае устойчивые лучевые траектории существуют, отражение лучей происходит от стенок  $BB_1C_1C$ ,  $A_1B_1C_1D_1$  и  $AA_1D_1D$ . Стенки  $A_1B_1C_1D_1$  и  $AA_1D_1D$  образуют прямоугольный уголковый отражатель такой же, как в трапециевидном помещении II на рис. 1. Устойчивые траектории лежат в плоскостях, перпендикулярных сторонам  $ABCD$  и  $AA_1D_1D$ , и имеют в этих плоскостях вид как на рис. 2в. Таким образом, устойчивые траектории в трехмерном помещении А на рис. 4а эквивалентны устойчивым траекториям в двумерном помещении. Во втором случае (помещение Б на рис. 4а) звукопоглотителем покрывалась стена большего размера, т.е. стена  $A_1B_1C_1D_1$ . В этом помещении, как и в трапециевидном помещении с поглощающим длинным основанием (помещение III на рис. 1), устойчивые траектории не существуют.

На рис. 4б представлены кривые затухания в октавной полосе со среднегеометрической частотой 4000 Гц, измеренные в помещениях А и Б. Отметим, что кривые, измеренные в разных точках помещения, очень близки друг к другу, поэтому приведены только по одной кривой для каждого варианта распределения поглощения на стенах помещения. Из представленных графиков следует, что в помещении Б затухание звука происходит существенно быстрее, чем в помещении А. В обоих случаях спад близок к экспоненциальному закону, поэтому можно оценить время реверберации: для помещения А оно составляет 0.27 с, а для помещения Б – 0.11 с. Таким образом, в зависи-



**Рис. 4.** Кривые затухания (б) в октавной полосе частот со среднегеометрической частотой 4000 Гц, измеренные в помещении с двумя параллельными стенками (а) при различном распределении звукопоглощения. Серым цветом выделена поглощающая стена.



**Рис. 5.** Измерение импульсного отклика в аудитории (а), S – положение источника звука, M – положение микрофона. Импульсные отклики измерены в октавных полосах частот со среднегеометрическими частотами 2000 Гц (б) и 4000 Гц (в).

ности от способа расположения звукопоглощающего материала время реверберации помещения изменяется более, чем в два раза, хотя площадь звукопоглощающего материала в помещении Б всего на 20% больше, чем в помещении А.

Обратим внимание, что затухание звука в помещении А происходит по закону, близкому к экспоненциальному, в то время как согласно результатам численного эксперимента (рис. 1б) закон затухания должен иметь вид, близкий к степенному. Это связано с тем, что параллельная стенка большей площади (отмечена серым цветом в помещении Б) на самом деле не является плоской – на ней расположена дверца, выступающая внутрь помещения, через которую осуществляется доступ в помещение, а также на этой стенке размещены излучатели звука. Поэтому на высоких частотах эта стенка обладает звукорассеивающими свойствами, что, как показано в работе [9], приводит к более быстрому по сравнению со степенным законом затуханию звука.

## ПОРХАЮЩЕЕ ЭХО

На практике проявление устойчивых лучевых траекторий наряду с влиянием на время реверберации связано с явлением порхающего эха в помещениях. Чаще всего порхающее эхо наблюдается в помещении с параллельными отражающими стенками (как на рис. 2а), если при этом другие поверхности обладают существенным звукопоглощением.

В качестве примера приведем импульсный отклик, записанный в аудитории прямоугольной формы (рис. 5а). Потолок аудитории выполнен разноуровневым, на длинных стенах расположено несколько оконных проемов, закрытых плотными шторами, на полу размещен стол для заседаний и около 50 мягких кресел. Таким образом, две длинные стены, потолок и пол имеют значительные звукопоглощающие и звукорассеивающие свойства. Вместе с тем, короткие стены являются плоскими и звукоотражающими, что созда-

ет условия для возникновения устойчивых лучевых траекторий между этими стенами.

На рис. 5б и 5в представлен импульсный отклик в октавных полосах частот со среднегеометрическими частотами 2000 и 4000 Гц, измеренный в точке М при расположении источника звука в точке S. На импульсных откликах наблюдаются эквидистантные пики, расстояние между которыми составляет 95 мс, что соответствует времени распространения звука от одной короткой стенки аудитории до другой и обратно. Отметим, что на частотах ниже 2000 Гц проявление порхающего эха на импульсных откликах значительно слабее. Субъективно порхающее эхо воспринимается как многократно повторяющиеся отзвуки, которые разрешаются как отдельные сигналы из-за большого временного интервала между ними. В конечном счете, это приводит к дискомфорту для слушателей, а также, что более серьезно, к потере разборчивости исходного звукового сигнала.

Аналогичное проявление устойчивых лучевых траекторий можно ожидать и в помещениях более сложной, например, трапециевидной формы. При этом наиболее негативно порхающее эхо воспринимается в помещениях, в которых существует только один тип устойчивых траекторий (помещения на рис. 2а и 2б). В помещениях, где есть несколько типов устойчивых траекторий (например, помещение на рис. 2в), несколько порхающих эхо накладываются друг на друга, что приводит к уменьшению расстояния между пиками в импульсном отклике, а сами пики становятся не эквидистантными. Поэтому вместо одиночных отзвуков с большими временными интервалами мы имеем более равномерное затухание звука, что по восприятию ближе к обычному реверберационному процессу в помещении.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проанализированы законы затухания звука в трапециевидном помещении при неравномерном распределении поглощения на его стенах. Показано, что закон затухания зависит от существования в помещении устойчивых лучевых траекторий: если устойчивые траектории существуют, то затухание происходит аномально медленно по закону близкому к степенному  $1/t$ , в противном случае достаточно быстро — по экспоненциальному закону. При этом малые изменения формы прямоугольного помещения с одной поглощающей стенкой, в котором затухание звука происходит медленно, могут привести к резкому измене-

нию закона затухания, если эти изменения приводят к исчезновению устойчивых траекторий.

Проявление устойчивых лучевых траекторий продемонстрировано на двух практических примерах. В лабораторном эксперименте установлено, что время реверберации в помещении с одной поглощающей стенкой изменяется более чем в два раза при изменении распределения звукопоглотителя на стенах. Данный результат показывает значительное влияние устойчивых траекторий на реверберационный процесс. В качестве второго примера приведены результаты измерения импульсных откликов в аудитории, на которых зафиксированы эквидистантные пики, воспринимаемые слушателями как отдельные и многократные отзвуки. Это явление обычно называется порхающим эхом и признается дефектом акустики помещения.

Автор выражает признательность Д.А. Шмакову и компании ЗАО “Акустические материалы и технологии” за помощь в проведении лабораторного эксперимента.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sabine W.C. Collected Papers on Acoustics. Peninsula, Los Altos. CA. 1992.
2. Kuttruff H. Room Acoustics. Spon Press, London. 2000.
3. Канев Н.Г. Затухание звука в прямоугольном помещении с импедансными стенками // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 5. С. 656–662.
4. Mortessagne F., Legrand O., Sornette D. Role of the absorption distribution and generalization of exponential reverberation law in chaotic rooms // J. Acoust. Soc. Am. 1993. V. 94. P. 154–161.
5. Shabalina E.D., Shirgina N.V., Shanin A.V. High-frequency modes in a two-dimensional rectangular room with windows // Acoust. Phys. 2010. V. 56. № 4. P. 525–536.
6. Помпеи А., Сумбатян М.А., Тодоров Н.Ф. Виртуальные компьютерные модели помещений: метод лучевых траекторий и алгоритмы аурализации // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 6. С. 760–771.
7. Лапин А.Д. Отражение нормальных волн от склоненного конца прямоугольного волновода // Акуст. журн. 1963. Т. 9. № 1. С. 120–122.
8. Sum K.S., Pan J. Effects of the inclination of a rigid wall on the free vibration characteristics of acoustic modes in a trapezoidal cavity // J. Acoust. Soc. Am. 2006. V. 19. P. 2201–2210.
9. Kanev N. Sound decay in a rectangular room with specular and diffuse reflecting surfaces // Proc. Forum Acusticum. June 27–July 1. 2011. Aalborg, Denmark. P. 1935–1940.